

# ***COSTRUZIONE DEL DOMINIO DI INTERAZIONE***

## ***PREMESSA:***

Le posizioni limite dell'asse neutro definiscono i campi di rottura della sezione. Questi individuano il tipo di collasso dell'elemento strutturale in funzione del quantitativo di acciaio ed in funzione dello sforzo normale esterno. In particolare:

- Campo 1: rottura a trazione delle barre di armatura
- Campo 2: rottura a trazione delle barre di armatura
- Campo 3: rottura per schiacciamento del calcestruzzo e contemporaneo snervamento dell'armatura
- Campo 4/4a: rottura per schiacciamento del calcestruzzo senza snervamento dell'armatura
- Campo 5: rottura per schiacciamento del calcestruzzo senza snervamento dell'armatura

Si definisce rottura fragile della sezione quella che avviene quando la deformazione nell'acciaio teso è inferiore a quella di snervamento (Campo 4) o quando tutta la sezione è compressa (Campo 5).

Si definisce rottura duttile della sezione quella che avviene quando la deformazione nell'acciaio teso è superiore a quella di snervamento, ciò si verifica nei Campi 1, 2, 3.

La rottura duttile è preferibile per tre motivi:

- 1) è accompagnata da notevoli deformazioni nell'acciaio teso; il calcestruzzo, non essendo in grado di resistere a sollecitazioni di trazione, si fessura in maniera evidente mostrando lo stato d'imminente crisi. La rottura fragile, al contrario, è improvvisa, avviene per schiacciamento del calcestruzzo con basse deformazioni in zona tesa (l'acciaio è in campo elastico) e quindi senza segni premonitori;
- 2) nelle strutture iperstatiche il comportamento duttile consente la redistribuzione delle sollecitazioni (la redistribuzione è legata alla possibilità di rotazioni plastiche della sezione);
- 3) una struttura duttile è in grado di assorbire una notevole quantità di energia cinetica proveniente da un terremoto, anche di notevole intensità, sotto forma di energia di

deformazione in campo plastico. L'energia di deformazione plastica non è restituita dalla struttura come quella elastica.

Si definisce rottura bilanciata della sezione quella che avviene quando la deformazione nell'acciaio è pari a  $\varepsilon_{yd}$  e quella nel calcestruzzo a  $\varepsilon_{cu}$  (retta di separazione tra i campi 3 e 4).

Nel riferimento dimensionale (O; N, M), la coppia  $(N_{rd}, M_{rd})$  individua un punto della "curva di interazione" o "frontiera di rottura" della sezione.

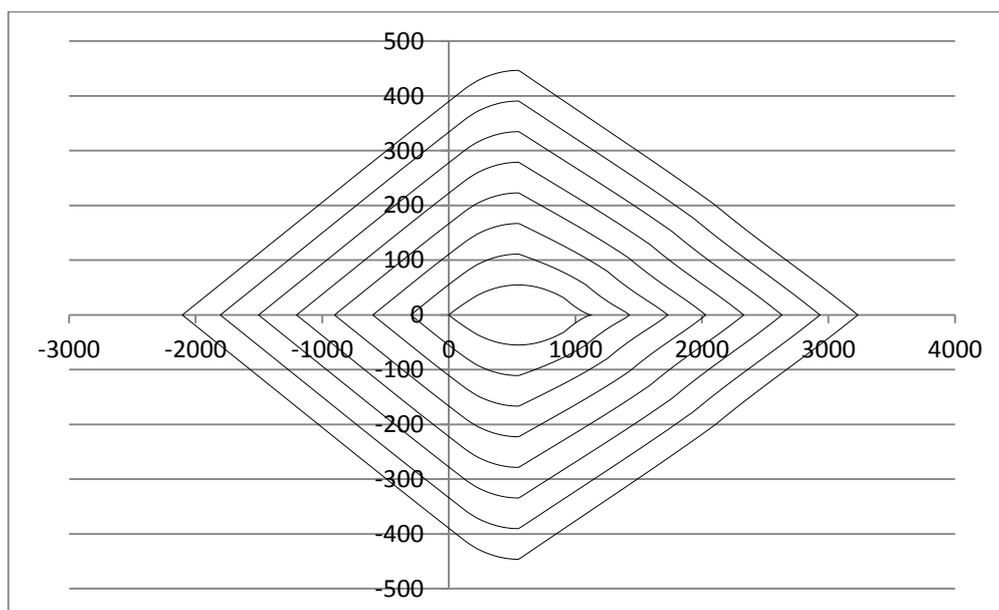
Al variare di "y" tra  $-\infty$  (retta limite) e  $+\infty$  (retta limite) viene descritta l'intera frontiera che risulta essere una curva chiusa e convessa che racchiude il dominio di resistenza della sezione, ossia il luogo geometrico dei punti rappresentativi di stati di sollecitazione ammissibili della sezione.

La curva risulta essere chiusa in quanto si devono prevedere le situazioni deformative limite sia con riferimento al bordo superiore della sezione di calcestruzzo e all'armatura inferiore che con riferimento al bordo inferiore della sezione di calcestruzzo e all'armatura superiore.

La frontiera di rottura dipende:

- dalle caratteristiche geometriche della sezione di calcestruzzo;
- dal quantitativo di armature presenti;
- dalle caratteristiche meccaniche del calcestruzzo e dell'acciaio.

Per visualizzare la variazione del dominio di interazione al variare del solo quantitativo di acciaio si propone il seguente grafico.



In ascisse è riportato il valore dello sforzo normale resistente espresso in [  $kN$  ], mentre in ordinate il valore del momento flettente resistente espresso in [  $kNm$  ].

Tale andamento valutato a titolo di esempio è riferito alla sezione quadrata succitata e rappresenta la curva limite in cui ad ogni passo si incrementano due barre di armatura di diametro 16 [ mm ], partendo da una situazione in cui non vi sono barre di armatura. Si evince come ad ogni incremento il dominio aumenti la sua superficie e quindi inglobi al suo interno un quantitativo sempre maggiore di punti.

Nel paragrafo seguente si spiegherà come è stata condotta la costruzione del dominio di interazione e quindi come sono stati raggiunti questi risultati.

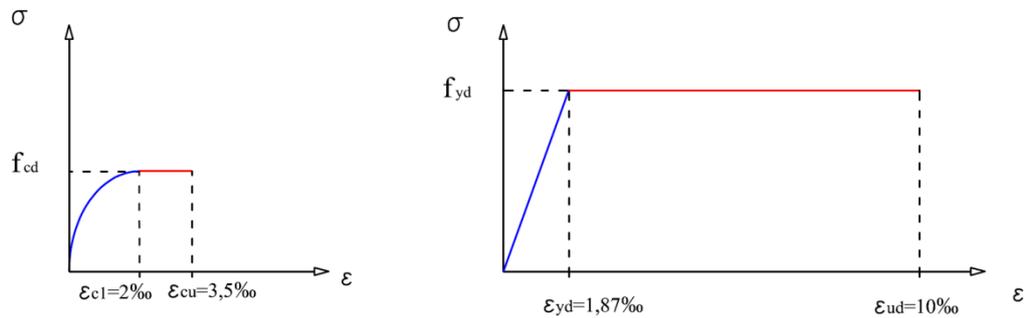
### **1 VERIFICA IN PRESSOFLESSIONE RETTA: *La Costruzione del dominio d'interazione.***

L'uso del metodo degli stati limite per la verifica ed il progetto di pilastri è diventato necessario per il progettista strutturale, dopo l'emanazione della nuova norma sismica. Per la verifica ed il progetto delle armature si utilizzano domini di interazione, ovvero curve che rappresentano le coppie M-N limite. Essi sono costruiti punto per punto, a partire da diagrammi di tensioni che raggiungono il valore limite del calcestruzzo o dell'acciaio ad un estremo e presentano valori inferiori in tutto il resto della sezione. La forma di questi domini è molto regolare e si presta, almeno per le sezioni rettangolari e circolari, ad essere rappresentata con relazioni analitiche semplici.

#### **Procedimento rigoroso per la costruzione del dominio limite**

La curva di frontiera del dominio limite è l'insieme delle coppie M-N che corrispondono a diagrammi di deformazioni limite, cioè diagrammi di  $\epsilon$  che raggiungono la deformazione massima del materiale in un punto e non superano tale valore in nessun altro punto. Per il calcestruzzo si adotta usualmente nel calcolo un legame costitutivo rappresentato da un tratto parabolico ed un tratto costante (Fig. 1.1 a); per sezione parzializzata il limite alla deformazione è dato dal valore  $\epsilon_{cu}$ , pari a  $3.5 \times 10^{-3}$ ; nel caso di sezione tutta compressa il limite è invece costituito dal raggiungimento della deformazione  $\epsilon_{c1}$  (pari a  $2 \times 10^{-3}$ ) in un punto situato a  $3/7$  dell'altezza, misurati dal bordo maggiormente compresso. Per l'acciaio il legame costitutivo presenta un tratto lineare ed un tratto costante (Fig. 1.1 b); quest'ultimo era

tradizionalmente interrotto in corrispondenza della deformazione  $\varepsilon_{su}$  pari a  $10 \times 10^{-3}$ , ma l'Eurocodice 2 consente di non porre limiti alla deformazione dell'acciaio.



(Fig. 1.1) Legame costitutivo di calcolo per calcestruzzo e acciaio

Nella figura è rappresentato in blu il ramo elastico del legame (lineare per l'acciaio e non lineare per il calcestruzzo), mentre in rosso il ramo plastico.

Utilizzando i legami costitutivi dei materiali, dai valori della deformazione si può risalire in maniera univoca ai valori delle tensioni in calcestruzzo e acciaio,  $\sigma_c$  e  $\sigma_s$ ;

Note le tensioni si possono ricavare i valori di N e M dalla loro definizione stessa:

$$N = \int_{CLS} \sigma_c dA_c + \int_{ACC} \sigma_s dA_s = N_c + N_s$$

$$M = \int_{CLS} \sigma_c y dA_c + \int_{ACC} \sigma_s y dA_s = M_c + M_s$$

Nelle espressioni si è evidenziato in maniera distinta il contributo del calcestruzzo e dell'armatura.

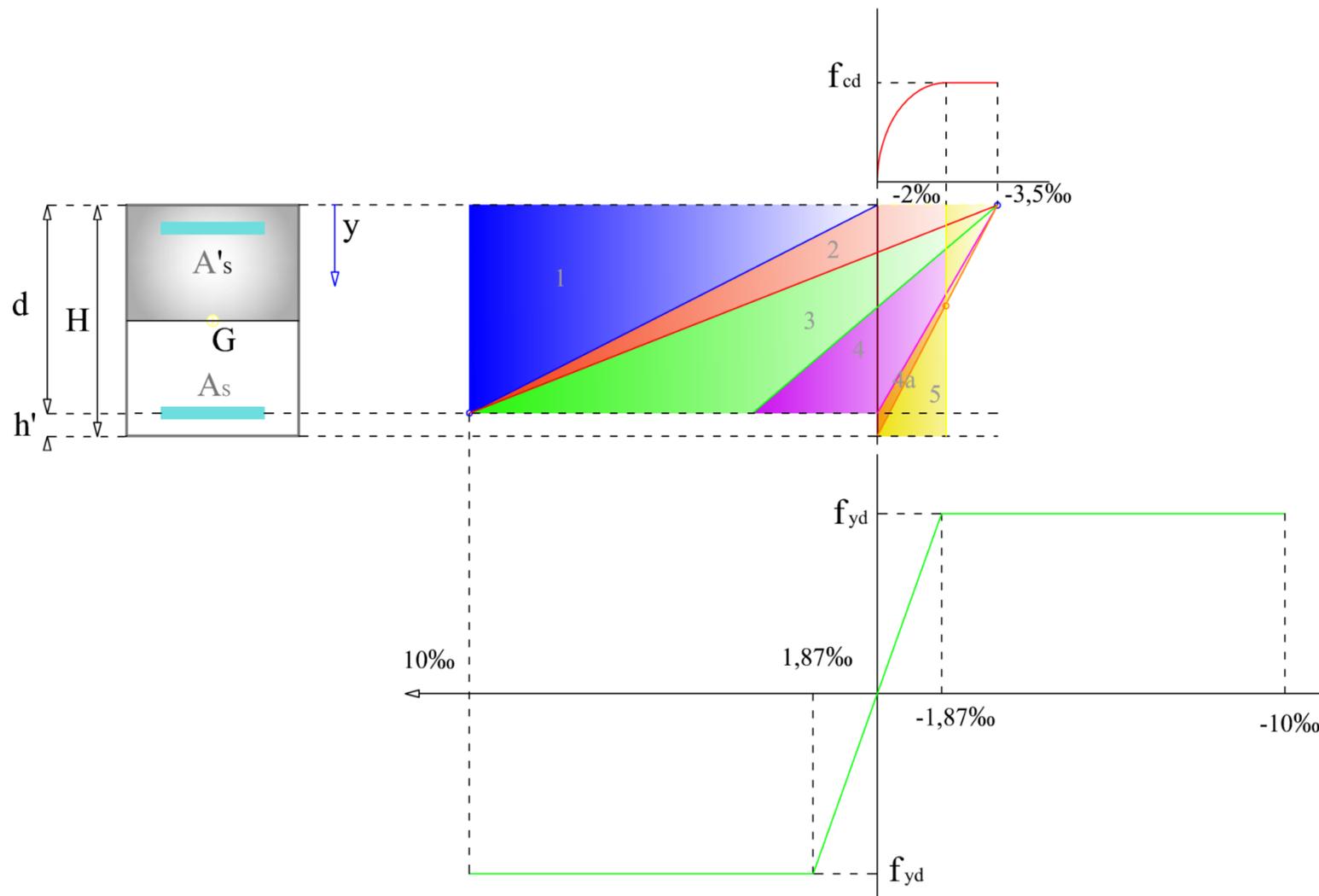
Si noti che, nonostante la non linearità dei legami costitutivi, il contributo dell'armatura varia con legge lineare con  $A_s$  se tutta l'armatura è incrementata proporzionalmente.

Inoltre sono state formulate le seguenti ipotesi:

- Conservazione delle sezioni piane, infatti considerando la trave indeformabile a sforzi taglianti, si permette a livello analitico di avere sezioni ortogonali alla linea d'asse della trave ed ottenere modelli di calcolo per le deformazioni lineari.

- Perfetta aderenza acciaio-calcestruzzo, quest'ipotesi anche se non è localmente soddisfatta, risulta esserlo a livello globale.

La costruzione del dominio avviene spazzando tutti i campi di rottura (Fig. 3.1.2) della sezione, dove ognuno di essi descrive lo stato tensio-deformativo interno in base alla posizione dell'asse neutro. Valutando lo stato tensionale si possono definire le tensioni agenti sulle sezioni e quindi le forze risultanti per integrazione sull'area.



(Fig. 1.2) Visualizzazione dei campi di rottura

## CAMPO DI ROTTURA 1

“ Trazione con piccola eccentricità ”

Si tiene fisso  $\varepsilon_s = \varepsilon_{ud}$  al valore di calcolo dello snervamento dell'acciaio mentre  $\varepsilon_c$  e  $\varepsilon'_s$  si fanno variare nell'intervallo in esame.

In quest'analisi il contributo resistente dovuto al calcestruzzo teso non si considera giacché s'ipotizza ai fini del calcolo che questo non sia reagente a trazione, infatti si assumerà per valori di  $\varepsilon_c$  positivi corrispondenti valori nulli, di tensione. Si formula questa ipotesi perché bastano valori di tensione normale di trazione moderati per innescare la rottura del conglomerato cementizio (in generale 1/10 della resistenza caratteristica a compressione). Questo è il classico comportamento di un materiale fragile.

Ricordiamo che l'analisi riguarda la pressoflessione retta per cui si osserva che l'asse neutro e l'asse momento sono collineari, questo implica la medesima proprietà anche per l'asse di inflessione e l'asse di sollecitazione, dato che essi sono reciprocamente sfasati dai suddetti di un angolo retto.

Di conseguenza i centri di sollecitazione, ovvero i punti di applicazione dello sforzo normale esterno, sono tutti disposti su di una retta, anch'essa ortogonale all'asse neutro, che intercetta il baricentro della sezione.

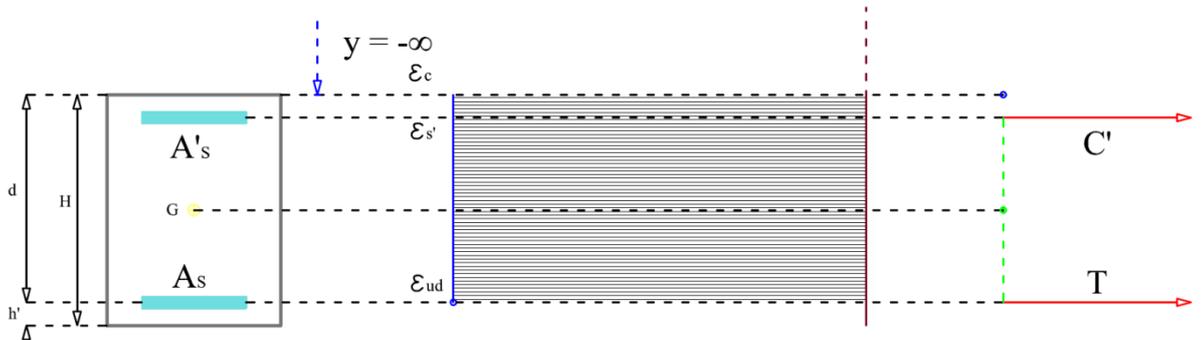
Essendo l'analisi rivolta allo studio di sezioni rettangolari, ed avendo specificato che si sta trattando pressoflessione retta è più corretto parlare di “terzo medio” della sezione anziché “nocciolo centrale d'inerzia”. Questo chiarimento non modifica il significato geometrico del nocciolo centrale d'inerzia ma è solo un'esemplificazione di determinazione, in quanto tutti i centri di sollecitazione che ricadono nel terzo dell'altezza della sezione, a partire dal baricentro G della stessa (+H/6 e -H/6), sottopongono questa a tensione normale centrata; quindi si parlerà di piccola eccentricità quando il centro di sollecitazione è contenuto nel terzo medio della sezione.

L'asse neutro è sempre perpendicolare alla linea d'asse dell'elemento strutturale, per cui sarà sufficiente determinarne la posizione fissando un riferimento sulla sezione.

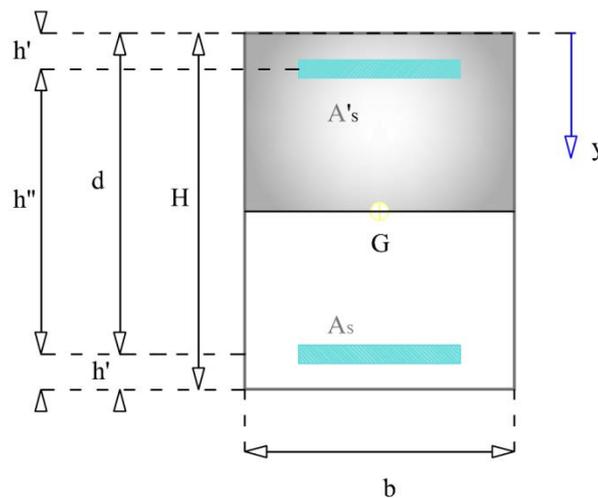
In quest'analisi si determinerà la sua variazione lungo la direzione “y” a partire dall'estradosso della sezione stessa.

Ecco questo primo campo che si sta analizzando, descrive lo stato della sollecitazione interna al variare dello sforzo esterno di trazione.

Nel caso di sforzo di trazione centrata si ha il caso limite del campo 1 in cui l'asse neutro è infinitamente distante dall'estradosso della sezione (Fig. 1.3), mentre nella situazione di trazione con piccola eccentricità si ha la seconda situazione limite in cui l'asse neutro coincide con l'estradosso, quindi per com'è stato preso il riferimento, si dirà che l'asse neutro si trova sulla posizione zero.



(Fig.1.3) situazione limite iniziale del campo di rottura 1



(Fig. 1.4) sezione parzializzata

Inoltre lo studio che si sta eseguendo è riferito alle sezioni con armatura simmetrica, per cui ai casi in cui si hanno gli stessi quantitativi di acciaio in zona tesa ed in zona compressa, in termini di superficie complessiva [mm<sup>2</sup>]; caso frequente nella progettazione dei pilastri.

Nella (Fig. 1.4) è riportata una generica sezione, si definiscono le dimensioni:

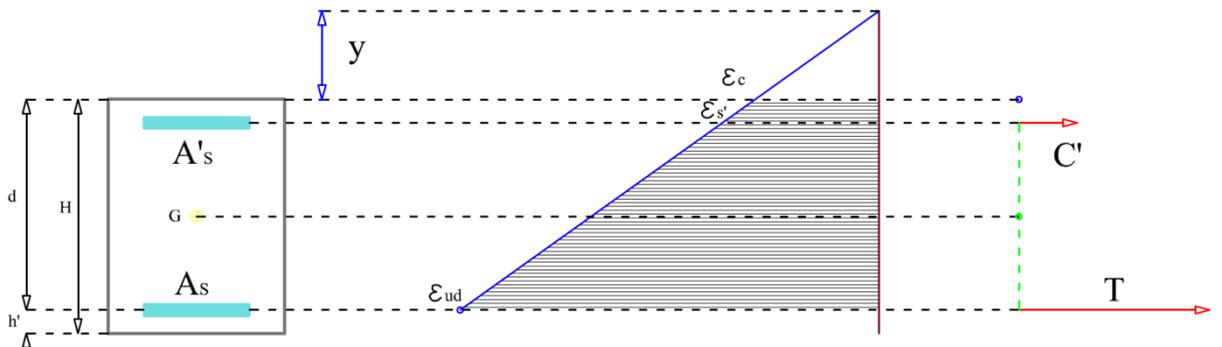
- $h'$  è lo spessore tra il bordo della sezione e l'asse longitudinale del tondo di armatura, questo spessore è chiamato anche copriferro teorico e demarca la differenza dal copriferro reale in quanto quest'ultimo è la porzione di calcestruzzo

che va dal lembo esterno all'intradosso dell'acciaio di armatura, ed è la quantità reale che assicura la protezione dell'armatura dagli agenti corrosivi e permette la corretta trasmissione delle tensioni tangenziali permettendo così la coazione tra acciaio-calcestruzzo.

- $h''$  è la distanza che intercorre tra l'armatura superiore e l'armatura inferiore.
- $d$  è l'altezza utile della sezione, pari alla somma di  $h'$  ed  $h''$ ,
- $H$  è l'altezza effettiva della sezione.

In ogni campo di rottura l'asse neutro è calcolato tramite semplici proporzioni, quindi per definire una relazione generale che ci permetta di definirlo in tutto l'intervallo occorre riferirsi ad un caso generico.

Si guardi il caso in cui l'asse neutro si trova su di una posizione qualsiasi all'interno del campo di rottura 1 (Fig. 1.5).



(Fig. 1.5) campo di rottura 1

Dall'uguaglianza si ricavano le deformazioni:

$$\frac{\epsilon_c}{y} = \frac{\epsilon'_s}{y + h'} = \frac{\epsilon_{ud}}{y + d}$$

Si ricorda che in questo campo la deformazione  $\epsilon_s = \epsilon_{ud}$  si tiene fissa al valore di snervamento mentre si valutano gli effetti sulle altre grandezze .

Naturalmente la deformazione positiva dovuta al calcestruzzo non è considerata in quanto a causa della parzializzazione il calcestruzzo teso non offre contributo resistente.

Il valore di  $\varepsilon_{ud}$  ovviamente dipende dal tipo di acciaio impiegato, se si utilizza *FeB 44K*  $\varepsilon_{ud} = 10\text{‰}$  mentre se si utilizza *FeB 450C*  $\varepsilon_{ud} = 67,5\text{‰}$ , le nuove norme tecniche del 2008 impongono l'utilizzo di *FeB 450C* in zona sismica appunto per l'elevato valore di deformazione allo snervamento.

$$\varepsilon'_s = \frac{h' + y}{y + d} \cdot \varepsilon_{ud}$$

Da questa si ricava la legge di variazione dell'asse neutro:

$$y = \frac{\varepsilon'_s \cdot d - h' \cdot \varepsilon_{ud}}{\varepsilon_{ud} - \varepsilon'_s}$$

Formalmente questa offre valori positivi, ma per come si sta considerando il riferimento, bisogna attribuire un valore negativo a tutte le posizioni  $y$  che si ricavano da questa relazione.

Si osserva che la posizione  $y$  tende a valore infinito ( $-\infty$ ) quando la deformazione  $\varepsilon'_s$  uguaglia la deformazione, di calcolo, allo snervamento dell'acciaio:  $\varepsilon_{ud}$ ; questa rappresenta la prima situazione limite.

Risolvendo per  $y=0$  si ottiene il secondo valore limite di  $\varepsilon'_s$  nel campo di rottura 1

$$\overline{\varepsilon'_s} = \frac{1 + h'}{1 + d} \cdot \varepsilon_{ud}$$

Il valore è positivo per cui l'armatura lavora a trazione.

A questo punto si possono valutare le risultanti delle forze interne dovute all'acciaio teso, riferendoci ad una generica posizione dell'asse neutro.

Si chiamerà:

- $c'$  la risultante delle forze dovuta all'armatura superiore
- $T$  la risultante delle forze dovuta all'armatura inferiore

- $c' = A'_s \cdot f_{yd} = \{A'_s \cdot E_s \cdot \varepsilon'_s\}$  { in campo elastico }
- $T = A_s \cdot f_{yd} = \{A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_s\}$  { in campo elastico }

Dove  $E_s$  è il modulo elastico dell'acciaio e vale circa 200000 MPa, naturalmente avendo assunto un legame costitutivo con ramo perfettamente plastico superato il valore di  $\varepsilon_{yd} = 1,87\%$  sarà restituito un valore di tensione pari a  $f_{yd}$ , definita in base al tipo di acciaio.

L'equilibrio alla traslazione della sezione pressoinflessa impone:

$$c' + T = N_{rd}$$

L'equilibrio alla rotazione attorno al baricentro della sezione pressoinflessa impone:

$$T \cdot \frac{h''}{2} - c' \cdot \frac{h''}{2} = M_{rd}$$

Si osserva che le due armature rimangono in campo plastico per la quasi totalità del campo, quindi le due forze creano un sistema autoequilibrato con momento resistente nullo.

Spazzando idealmente le infinite posizioni dell'asse neutro che interessano il campo di rottura 1, si ottengono le coppie di valori  $(N_{rd}, M_{rd})$ ; quindi si riesce a tracciare il primo tratto del dominio.

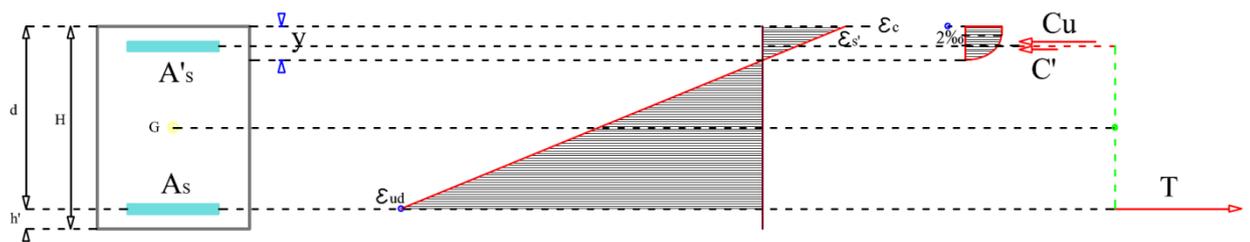
Quando l'asse neutro si troverà a distanza infinita dall'estradosso della sezione, si otterrà sul diagramma N-M un valore massimo dello sforzo normale. Per convenzione di rappresentazione si attribuirà ai valori di trazione segno negativo.

## **CAMPO DI ROTTURA 2**

“Flessione semplice o composta senza raggiungimento della rottura per compressione del calcestruzzo ”

Per spazzare le infinite posizioni di asse neutro per questo campo di rottura, si parte sempre dalla condizione di deformazione allo snervamento per l'acciaio in “zona tesa”, per cui si tiene fisso  $\varepsilon_s = \varepsilon_{ud}$ .

Si guardi il caso in cui l'asse neutro si trovi su di una posizione qualsiasi all'interno del campo di rottura 2 (Fig. 1.6).



(Fig. 1.6) Campo di rottura 2

Si osserva nella figura che il diagramma delle tensioni del calcestruzzo compresso è formalmente analogo alla curva del legame costitutivo.

Il comportamento plastico del calcestruzzo è stato introdotto per studiare il comportamento allo stato limite ultimo nelle sezioni e certamente fornisce un andamento tensio-deformativo che maggiormente rispecchia la realtà.

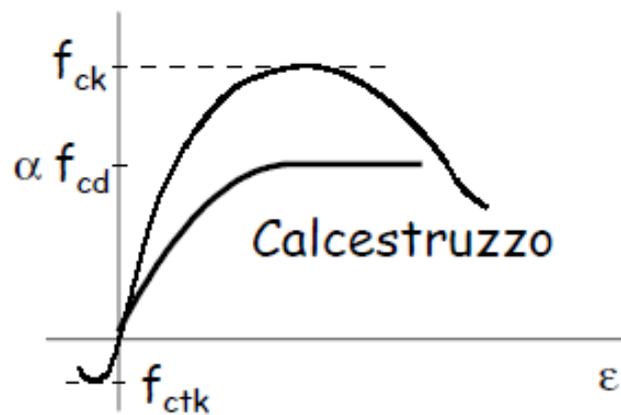
Infatti, le non linearità meccaniche del conglomerato cementizio armato sono legate ai legami costitutivi non lineari dei materiali che lo compongono, cioè l'acciaio e il calcestruzzo, e alle tensioni tangenziali che s'istaurano sulla superficie cilindrica che circonda le barre, necessaria per assicurare la collaborazione tra i due materiali.

Il calcestruzzo è un materiale non omogeneo composto dalla pasta di cemento e dagli inerti. Il materiale presenta un comportamento non lineare anche per stati di sollecitazione di compressione pura.

Questa non linearità è causata dalla microfessurazione interna che si genera in conseguenza di una concentrazione delle sollecitazioni all'interfaccia tra la pasta cementizia e l'inerte.

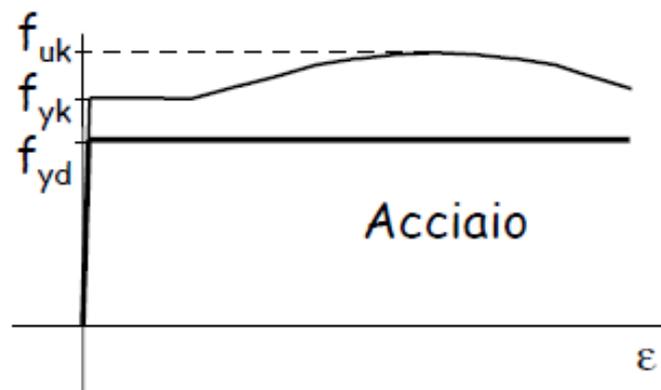
La curva che rappresenta nel piano tensione-deformazione il comportamento di un elemento in calcestruzzo sottoposto ad una prova mono-assiale di compressione, presenta un ramo crescente fino al valore della resistenza  $f_{cd}$ , cui corrisponde la deformazione  $\epsilon_{c2}$ , e un ramo decrescente fino alla deformazione ultima indicata con  $\epsilon_{cu}$ . Il legame, che può essere considerato non lineare già per stati di sollecitazione prossimi al 30% della tensione di picco, risulta influenzato sia dalla composizione del calcestruzzo (rapporto acqua/cemento, diametro degli inerti, et.) che dalla presenza di armatura di contenimento, quest'ultima in grado di aumentare resistenza e duttilità, in termini di deformazione ultima, rispetto al caso di elemento non confinato.

Si osserva in figura il legame costitutivo normativo in paragone al legame costitutivo sperimentale, ottenuto sulla base di prove di laboratorio (Fig. 1.7)



(Fig. 1.7) confronto tra il legame costitutivo parabola-rettangolo ed il legame costitutivo sperimentale.

Lo stesso paragone può essere fatto per l'acciaio si guardi la figura (Fig. 8)



(Fig. 1.8) Confronto tra il legame costitutivo elasto-plastico ed il legame costitutivo sperimentale.

Avendo giustificato le ipotesi fatte sui legami costitutivi, si continua la trattazione del collasso dell'elemento strutturale quando la posizione dell'asse neutro ricade all'interno di quella zona detta secondo campo di rottura.

Operando sempre tramite proporzioni si definiscono le leggi di variazioni delle deformazioni.

Innanzitutto è necessario definire la posizione limite dell'asse neutro che demarca il passaggio dal campo 2 al campo 3, nel caso precedente non è stato necessario in quanto le due situazioni limite erano note e visibili graficamente fin dal principio.

$$\frac{\varepsilon_{ud}}{d - y_{l2}} = \frac{\varepsilon_{cu}}{y_{l2}}$$

$$y_{l2} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{ud} + \varepsilon_{cu}} \cdot d$$

Questo è il valore limite dal riferimento considerato.

Se ci si riferisce ad una generica posizione  $y$  si ottengono gli altri valori di deformazione e la legge di variazione dell'asse neutro in funzione di  $\varepsilon_c$  variabile nell'intervallo  $[0; -3,5]$ .

$$\frac{\varepsilon_c}{y} = \frac{\varepsilon'_s}{h' - y} = \frac{\varepsilon_{ud}}{h'' - h' - y}$$

$$y = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{ud} + \varepsilon_c} \cdot d$$

Definita la legge di variazione dell'asse neutro, si può calcolare la deformazione dell'acciaio in “zona compressa” in funzione di “ $y$ ”.

In particolare si osserva che  $\varepsilon'_s$  si comporterà a trazione fino ad determinato valore di  $y$ , si annullerà e cambierà verso comportandosi a compressione fino al valore  $y_{l2}$ , valore che delimita il campo di rottura 2.

$$\varepsilon'_s = \frac{h' - y}{y} \cdot \varepsilon_c$$

Si osserva inoltre che  $\varepsilon'_s$  si annullerà quando  $y = h'$ , ovvero quando la posizione dell'asse neutro coinciderà con l'altezza del copriferro teorico. Tutto questo è in accordo con il significato fisico di asse neutro, ovvero il luogo geometrico dei punti di una sezione generica in cui le tensioni normali sono nulle.

A questo punto si possono valutare le risultanti delle forze interne dovute all'acciaio teso ed al calcestruzzo compresso

In questo caso si chiamerà:

- $c_u$  la risultante delle forze dovuta alla porzione di calcestruzzo compresso
- $c' = A'_s \cdot f_{yd} = \{A'_s \cdot E_s \cdot \varepsilon'_s\}$  { in campo elastico }
- $T = A_s \cdot f_{yd} = \{A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_s\}$  { in campo elastico }
- $c_u = \alpha_{cc} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y \cdot \beta_1$

$\alpha_{cc}$  è un coefficiente che tiene conto degli effetti dei carichi di lunga durata. Tale coefficiente in genere è minore dell'unità in quanto vi è differenza di modalità di rottura in laboratorio e nelle strutture reali; pertanto si assume pari a 0,85. In casi di azioni eccezionali la NTC del 2008 suggerisce di assumere il valore unitario. Comunque nel caso di azioni sismiche prevede cautelativamente l'utilizzo di  $\alpha_{cc} = 0,85$ .

L'equilibrio alla traslazione della sezione pressoinflessa impone:

$$T - c_u - c' = N_{rd}$$

L'equilibrio alla rotazione attorno al baricentro della sezione pressoinflessa impone:

$$T \cdot \frac{h''}{2} + c' \cdot \frac{h''}{2} + c_u \cdot \left( \frac{H}{2} - \beta_2 \cdot y \right) = M_{rd}$$

Nel campo di rottura in esame la difficoltà risiede nel fatto che il diagramma delle tensioni a parabola-rettangolo non è totalmente sviluppato. Quindi bisogna definire punto per punto il punto di applicazione della forza  $c_u$  ed allo stesso modo bisogna definire punto per punto il coefficiente di riempimento del diagramma, che tiene conto dell'area sottesa dal diagramma delle tensioni.

Sarà diverso nella trattazione del campo di rottura 3, poiché considerando la situazione di calcestruzzo compresso alla deformazione ultima e acciaio non ancora alla deformazione di snervamento si avrà sempre un diagramma delle tensioni del tutto sviluppato.

In particolare si osserva che il coefficiente  $\beta_1$  tiene conto dell'effettiva area della parabola-rettangolo, mentre il coefficiente  $\beta_2$  tiene conto dell'effettiva posizione del baricentro nel diagramma, punto di applicazione della forza.

Quindi:

- $\beta_1$ : influenza l'equilibrio alla traslazione e l'equilibrio alla rotazione
- $\beta_2$ : influenza l'equilibrio alla rotazione

Per definire i coefficienti bisogna ripartire dal legame costitutivo parabola-rettangolo e lo si deve studiare analiticamente.

Questa è l'equazione che descrive il tratto parabolico, ottenibile consultando l'Eurocodice 2.

$$f_c(\varepsilon_c) = 2 \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \varepsilon_c \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{2\varepsilon_{c2}}\right)$$

Il tratto costante è semplicemente  $f_c(\varepsilon_c) = f_c$

#### CALCOLO DEL COEFFICIENTE $\beta_1$

Si deve innanzitutto calcolare l'area del tratto parabolico tramite integrazione

$$A(\varepsilon_c)_p = \int_0^{\bar{\varepsilon}_c} \left[ 2 \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \varepsilon_c \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{2\varepsilon_{c2}}\right) \right] d\varepsilon_c$$

$$A(\varepsilon_c)_p = \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \bar{\varepsilon}_c^2 - \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}^2} \cdot \frac{\bar{\varepsilon}_c^3}{3}$$

Questa è l'area del tratto parabolico calcolata tra l'origine ed un qualsiasi valore  $\bar{\varepsilon}_c \leq 2\text{‰}$ .

Quando si è attinto il valore  $\bar{\varepsilon}_c = 2\text{‰}$  s'incrementa la porzione costante:

$$A(\varepsilon_c)_{p+r} = \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \varepsilon_{c2}^2 - \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}^2} \cdot \frac{\varepsilon_{c2}^3}{3} + [f_{cd} \cdot (\bar{\varepsilon}_c - \varepsilon_{c2})]$$

$$2\text{‰} \leq \bar{\varepsilon}_c \leq 3,5\text{‰}$$

Il coefficiente di riempimento si ottiene eseguendo il rapporto punto per punto:

$$\beta_1 = \frac{A(\varepsilon_c)}{f_{cd} \cdot \varepsilon_{cu}}$$

Dove  $\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$  preso positivo

### CALCOLO DEL COEFFICIENTE $\beta_2$

Si deve definire il baricentro della figura, in particolare occorre definire la coordinata sull'asse delle ascisse, cioè l'asse  $\varepsilon_c$ .

Per fare questo è necessario calcolare il momento statico nella direzione dell'asse delle ordinate. S'indicherà con  $S_y(A)$ .

Si compie il calcolo dapprima per il tratto parabolico

$$S_y(A) = \int_A \varepsilon_c dA$$

Siccome è nota l'equazione della parabola, si riscrive il tutto in funzione di  $\varepsilon_c$

$$S_{yp}(\varepsilon_c) = \int_0^{\bar{\varepsilon}_c} \left[ 2 \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \varepsilon_c^2 \cdot \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{2\varepsilon_{c2}} \right) \right] d\varepsilon_c$$

$$S_{yp}(\varepsilon_c) = 2 \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \frac{\bar{\varepsilon}_c^3}{3} - \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}^2} \cdot \frac{\bar{\varepsilon}_c^4}{4}$$

Questa è la legge di variazione del momento statico per  $0\text{‰} \leq \bar{\varepsilon}_c \leq 2\text{‰}$ .

Quando si è attinto il valore  $\bar{\varepsilon}_c = 2\text{‰}$  si può sommare al momento statico del tratto parabolico quello del tratto rettangolare:

$$S_{yr}(\varepsilon_c) = \int_{\varepsilon_{c2}}^{\bar{\varepsilon}_c} [f_{cd} \cdot \varepsilon_c] d\varepsilon_c$$

Ottenendo

$$S_{yp+r}(\varepsilon_c) = 2 \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \frac{\varepsilon_{c2}^3}{3} - \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}^2} \cdot \frac{\varepsilon_{c2}^4}{4} + \frac{f_{cd}}{2} \cdot (\bar{\varepsilon}_c^2 - \varepsilon_{c2}^2)$$

$$2\text{‰} \leq \bar{\varepsilon}_c \leq 3,5\text{‰}$$

La coordinata del baricentro si ottiene dal rapporto:

$$G_x = \frac{S_{yp+r}(\varepsilon_c)}{A(\varepsilon_c)_{p+r}}$$

Si osserva che il diagramma delle tensioni si genera dalla posizione dell'asse neutro ed evolve verso l'alto.

Nel campo di rottura in esame il diagramma cresce a partire dalla posizione zero e si completa quando il lembo superiore raggiunge il valore di deformazione ultima  $\varepsilon_{cu}$ . Per questo idealmente l'origine del diagramma è sempre situata sulla posizione dell'asse neutro ed il diagramma stesso ha sempre estensione pari ad  $y$ .

Il valore che si è ricavato sopra deve essere rapportato all'estensione del diagramma delle tensioni, ovvero bisogna scarlolo rispetto alla lunghezza  $y$ . Se si indica con  $G_{xt}$  la coordinata del baricentro di tale diagramma si ottiene:

$$G_x : G_{xt} = \bar{\varepsilon}_c : y$$

$$G_{xt} = \frac{G_x \cdot y}{\bar{\varepsilon}_c}$$

Per rendere il rapporto adimensionale si scrive:

$$\frac{G_{xt}}{y} = \frac{G_x}{\bar{\varepsilon}_c}$$

Infine il coefficiente si ottiene riferendosi alla coordinata zero dell'asse neutro:

$$\beta_2 = 1 - \frac{G_{yt}}{y} = 1 - \frac{G_y}{\bar{\varepsilon}_c}$$

Definendo punto per punto  $\bar{\varepsilon}_c$  si ottengono i valori dei due coefficienti, in particolare quando  $\bar{\varepsilon}_c = \varepsilon_{cu}$  si ottengono i seguenti valori:

$$\beta_1 = 0,810$$

$$\beta_2 = 0,416$$

Definiti i coefficienti per ogni valore di deformazione, si può calcolare la forza risultante dovuta al calcestruzzo compresso  $c_u$ ; quindi si possono definire  $N_{rd}; M_{rd}$ .

Si osserva che il rapporto  $\frac{M_{rd}}{N_{rd}} = e$  rappresenta il braccio della forza  $N_{rd}$  rispetto al baricentro e si indica con il nome di “eccentricità”.

Si osserva che l’eccentricità va via via crescendo man mano che l’asse neutro penetri nella sezione, quindi tale aumento implica che i centri di sollecitazione si allontanano sempre più dal baricentro e si accingono ad uscire al di fuori del terzo medio.

In conclusione spazzando idealmente le infinite posizioni dell’asse neutro che interessano il campo di rottura 2, si ottengono le coppie di valori  $(N_{rd}, M_{rd})$ . Quindi si riesce a tracciare il secondo tratto del dominio.

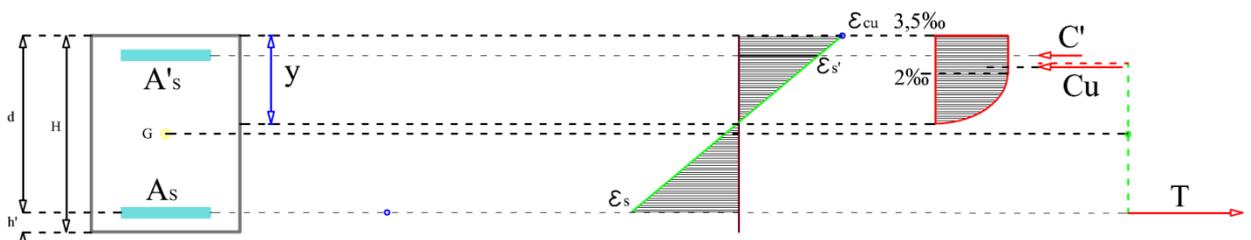
### CAMPO DI ROTTURA 3

“Flessione semplice o composta: le resistenze del conglomerato e dell’acciaio sono sfruttate al massimo”

Per spazzare le infinite posizioni di asse neutro per questo campo di rottura, si parte sempre dalla condizione di deformazione ultima per il calcestruzzo compresso  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$ .

Mentre per il calcolo si fa variare  $\varepsilon_s$

Si guardi il caso in cui l’asse neutro si trovi su di una posizione qualsiasi all’interno del campo di rottura 3 (Fig. 1.9).



(Fig. 1.9) Campo di rottura 3

In questo caso l'asse neutro parte da  $y_{l2}$  calcolato in precedenza e si arresta al valore limite del campo 3 che si indicherà con  $y_{l3}$ .

Il passaggio dal campo di rottura 3 al campo di rottura 4 si ha in corrispondenza del raggiungimento della deformazione  $\varepsilon_s = \varepsilon_{yd} = 1,87\text{‰}$ , corrispondente all'inizio dello snervamento dell'acciaio.

Operando la solita proporzione si ottiene:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{y_{l3}} = \frac{\varepsilon'_s}{y_{l3} - h'} = \frac{\varepsilon_{yd}}{d - y_{l3}}$$

$$y_{l3} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd} + \varepsilon_{cu}} \cdot d$$

Se ci si riferisce ad una generica posizione  $y$  si ottengono gli altri valori di deformazione e la legge di variazione dell'asse neutro in funzione di  $\varepsilon_s$  che per quanto detto deve variare nell'intervallo [ 10 ; 1,87 ].

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{y} = \frac{\varepsilon'_s}{y - h'} = \frac{\varepsilon_s}{d - y}$$

$$y = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_s + \varepsilon_{cu}} \cdot d$$

Definita la legge di variazione dell'asse neutro, si può calcolare la deformazione dell'acciaio in "zona compressa" in funzione di "y".

$$\varepsilon'_s = \frac{y - h'}{y} \cdot \varepsilon_{cu}$$

A questo punto si possono valutare le risultanti delle forze interne dovute all'acciaio teso ed al calcestruzzo compresso:

- $c' = A'_s \cdot f_{yd} = \{A'_s \cdot E_s \cdot \varepsilon'_s\}$  { in campo elastico }
- $T = A_s \cdot f_{yd} = \{A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_s\}$  { in campo elastico }
- $c_u = \alpha_{cc} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y \cdot \beta_1$

L'equilibrio alla traslazione della sezione pressoinflessa impone:

$$T - c_u - c' = N_{rd}$$

L'equilibrio alla rotazione attorno al baricentro della sezione pressoinflessa impone:

$$T \cdot \frac{h''}{2} + c' \cdot \frac{h''}{2} + c_u \cdot \left( \frac{H}{2} - \beta_2 \cdot y \right) = M_{rd}$$

Su tutto il campo il diagramma a parabola-rettangolo è completamente sviluppato, questo perché si è fissato il valore di  $\varepsilon_{cu} = -3,5\%$  e si spazzano i valori  $\varepsilon_s$ ; quindi i coefficienti  $\beta_1$  e  $\beta_2$  sono costanti e valgono:

$$\beta_1 = 0,810$$

$$\beta_2 = 0,416$$

Come preannunciato in precedenza.

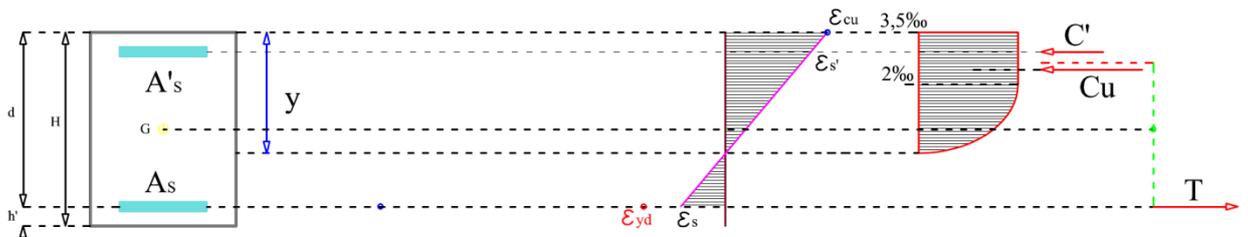
Concludendo definite idealmente le infinite posizioni dell'asse neutro che interessano il campo di rottura 3, si ottengono le coppie di valori  $(N_{rd}, M_{rd})$ . Quindi si riesce a tracciare il terzo tratto del dominio, che ha le caratteristiche di contenere al suo interno il valore massimo di momento resistente che interessa la sezione.

## CAMPO DI ROTTURA 4

“Flessione composta con tensione nell'acciaio minore di quella di snervamento”

Analiticamente si procede come nel campo di rottura 3.

Si valuti il caso in cui l'asse neutro si trovi su di una posizione qualsiasi all'interno del campo di rottura 4 (Fig. 1.10).



(Fig. 1.10) Campo di rottura 4

In questo caso la posizione limite dell'asse neutro è:

$$y_{l4} = d$$

$$y = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_s + \varepsilon_{cu}} \cdot d$$

$$\varepsilon'_s = \frac{y - h'}{y} \cdot \varepsilon_{cu}$$

Allo stesso modo l'equilibrio:

L'equilibrio alla traslazione della sezione pressoinflessa impone:

$$T - c_u - c' = N_{rd}$$

L'equilibrio alla rotazione attorno al baricentro della sezione pressoinflessa impone:

$$T \cdot \frac{h''}{2} + c' \cdot \frac{h''}{2} + c_u \cdot \left( \frac{H}{2} - \beta_2 \cdot y \right) = M_{rd}$$

$$\beta_1 = 0,810$$

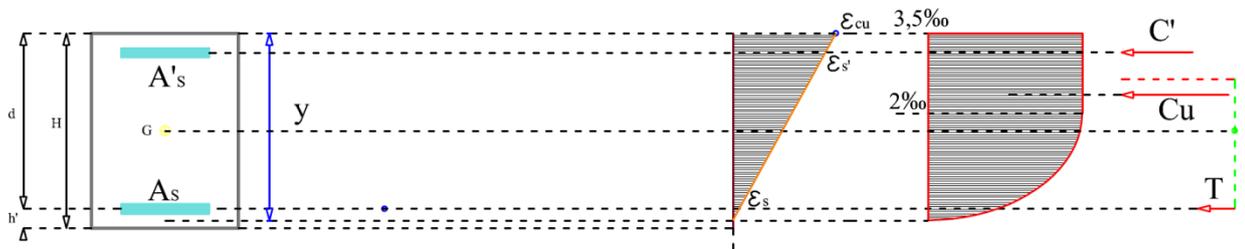
$$\beta_2 = 0,416$$

Quindi definite le infinite posizioni interne al campo si definiscono le coppie di valori  $(N_{rd}, M_{rd})$  e si definisce il quarto tratto del dominio di interazione. Si osserva che quando  $y = y_{l4}$  l'armatura inferiore non subisce deformazione, infatti il prossimo campo di rottura sarà caratterizzato dalla compressione di ambedue le armature.

#### CAMPO DI ROTTURA 4a

“Flessione composta: l'armatura inferiore comincia ad essere compressa”

Anche in questo caso si procede analiticamente come nei casi precedenti, infatti se ci si riferisce ad una generica situazione interna al campo si ridefiniscono le solite grandezze di interesse (Fig. 1.11)



(Fig. 1.11) Campo di rottura 4a

In questo caso la posizione limite dell'asse neutro è:

$$y_{l4a} = H$$

Effettuando la proporzione si ottiene:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{y} = \frac{\varepsilon'_s}{y - h'} = \frac{\varepsilon_s}{y - d}$$

Essendo una relazione lineare la legge di variazione dell'asse neutro è sempre la medesima, bisogna calcolare il valore limite di  $\varepsilon_s$  attinto quando la sezione è tagliata sul valore  $y_{l4a}$ .

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{y_{l4a}} = \frac{\bar{\varepsilon}'_s}{y_{l4a} - h'} = \frac{\bar{\varepsilon}_s}{y_{l4a} - d}$$

$$\bar{\varepsilon}_s = \frac{d - y_{l4a}}{y_{l4a}} \cdot \varepsilon_{cu}$$

La variabile  $\varepsilon_s$  per descrivere il campo di rottura 4a deve spazzare l'intervallo  $[0; \bar{\varepsilon}_s]$ .

Perciò la posizione dell'asse neutro e la deformazione dell'acciaio in zona tesa si definisco dalla seguenti relazioni:

$$y = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_s + \varepsilon_{cu}} \cdot d$$

$$\varepsilon'_s = \frac{y - h'}{y} \cdot \varepsilon_{cu}$$

Si valuti l'equilibrio della sezione pressoinflessa;

L'equilibrio alla traslazione impone:

$$-T - c_u - c' = N_{rd}$$

L'equilibrio alla rotazione attorno al baricentro impone:

$$-T \cdot \frac{h''}{2} + c' \cdot \frac{h''}{2} + c_u \cdot \left( \frac{H}{2} - \beta_2 \cdot y \right) = M_{rd}$$

$$\beta_1 = 0,810$$

$$\beta_2 = 0,416$$

Quindi definite le infinite posizioni interne al campo si definiscono le coppie di valori  $(N_{rd}, M_{rd})$  e si definisce il quinto tratto del dominio di interazione, in particolare si verifica che il momento resistente diminuisce mentre lo sforzo normale resistente aumenta sempre più; mentre l'eccentricità  $\frac{M_{rd}}{N_{rd}} = e$  diminuisce più velocemente in quanto il suo numeratore si riduce ed il suo denominatore aumenta.

Si osserva inoltre che ambedue le armature ora sono compresse quindi la quasi totalità della sezione è soggetta a compressione, infatti all'inizio del campo di rottura il

copriferro inferiore è sollecitato a trazione e l'armatura in inferiore è scarica; alla fine del campo tutta la sezione ed entrambe le armature sono sollecitate a compressione. L'unica differenza è che l'armatura superiore è più compressa di quella inferiore; si osserverà come nel prossimo campo di rottura come la compressione si livellerà sulla sezione fino ad ottenere un sforzo normale centrato.

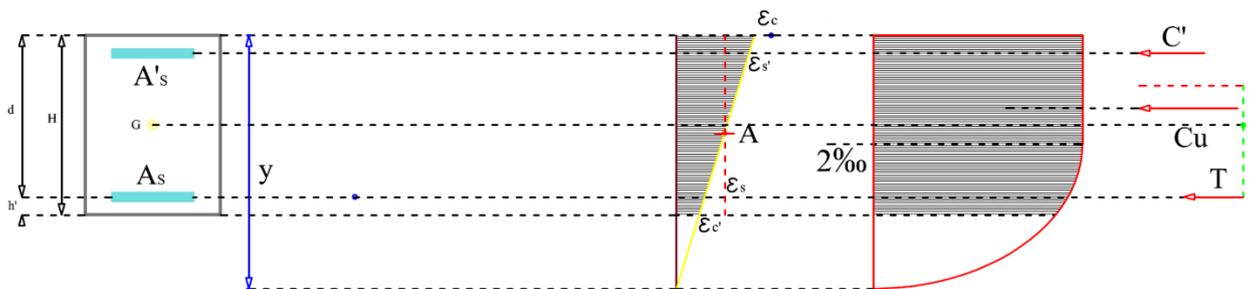
### CAMPO DI ROTTURA 5

“compressione con piccola eccentricità”

Nel caso di sezione tutta compressa lo stato limite ultimo del calcestruzzo è costituito dal raggiungimento di  $\varepsilon_c = \varepsilon_{c2} = -2\text{‰}$ .

In questo caso il calcestruzzo compresso si porta da  $\varepsilon_{cu} = -3,5\text{‰}$  a  $\varepsilon_{c2} = -2\text{‰}$ . Tutto questo avviene facendo ruotare il diagramma delle deformazioni attorno ad un punto “A”; per cui questo punto si trova alla deformazione  $-2\text{‰}$ .

Se ci si riferisce ad una generica situazione interna al campo di rottura si ottengono le grandezze di interesse (Fig. 1.12)



(Fig. 1.12) Campo di rottura 5

Occorre calcolare la distanza del punto A dall'intradosso della trave, indicandolo con  $\bar{x}$  si calcola:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{H} = \frac{A}{\bar{x}}$$

$$\bar{x} = \frac{A \cdot H}{\varepsilon_{cu}}$$

Nel caso generico occorre definire puntualmente la distanza tra il punto A e la posizione dell'asse neutro, verrà indicata semplicemente con x.

$$\frac{A}{x} = \frac{\varepsilon_c}{y} = \frac{\varepsilon_s}{d + y - H} = \frac{\varepsilon'_s}{h' + y - H} = \frac{\varepsilon'_c}{y - H}$$

Facendo variare  $\varepsilon_c$  nell'intervallo  $[-3,5 ; -2]$ , si definiscono le grandezze di interesse.

$$\varepsilon_s = \frac{y - h'}{x} \cdot A$$

$$\varepsilon'_s = \frac{y - d}{x} \cdot A$$

$$\varepsilon'_c = \frac{y - H}{x} \cdot A$$

Per ricavare la legge di variazione dell'asse neutro si risolve il seguente sistema lineare.

$$\begin{cases} y = \frac{x}{A} \cdot \varepsilon_c \\ y = x + H - \bar{x} \\ \bar{x} = \frac{A \cdot H}{\varepsilon_{cu}} \end{cases}$$

Si ricava

$$\begin{cases} y = A \cdot H \left( \frac{\varepsilon_c}{A - \varepsilon_c} \right) \left( \frac{1}{\varepsilon_{cu}} - \frac{1}{A} \right) \\ x = A \cdot H \left( \frac{A - (\varepsilon_{cu} - \varepsilon_c)}{A - \varepsilon_c} \right) \left( \frac{1}{\varepsilon_{cu}} - \frac{1}{A} \right) \end{cases}$$

Si osserva che la relazione che descrive la posizione dell'asse neutro dipende dalla sola variabile  $\varepsilon_c$ , mentre tutte le altre grandezze sono note.

$$y = A \cdot H \left( \frac{\varepsilon_c}{A - \varepsilon_c} \right) \left( \frac{1}{\varepsilon_{cu}} - \frac{1}{A} \right)$$

Si valuti l'equilibrio della sezione

L'equilibrio alla traslazione impone:

$$-T - c_u - c' = N_{rd}$$

- $c' = A'_s \cdot f_{yd} = \{A'_s \cdot E_s \cdot \varepsilon'_s\}$  { in campo elastico }
- $T = A_s \cdot f_{yd} = \{A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_s\}$  { in campo elastico }
- $c_u = \alpha_{cc} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y \cdot \beta_1$

L'equilibrio alla rotazione attorno al baricentro impone

$$-T \cdot \frac{h''}{2} + c' \cdot \frac{h''}{2} + c_u \cdot \left( \frac{H}{2} - \beta_2 \cdot y \right) = M_{rd}$$

Per descrivere la variazione del diagramma delle tensioni occorre definire punto per punto il valore dei coefficienti  $\beta_1$  e  $\beta_2$ .

Si ricorda che nel campo di rottura 2

$$0 \leq \beta_1 \leq 0,810$$

$$0 \leq \beta_2 \leq 0,416$$

Nei campi 3,4 e 4a

$$\beta_1 = 0,810$$

$$\beta_2 = 0,416$$

Si verificherà che i coefficienti in questione nel seguente campo valgono

$$0,810 \leq \beta_1 \leq 1$$

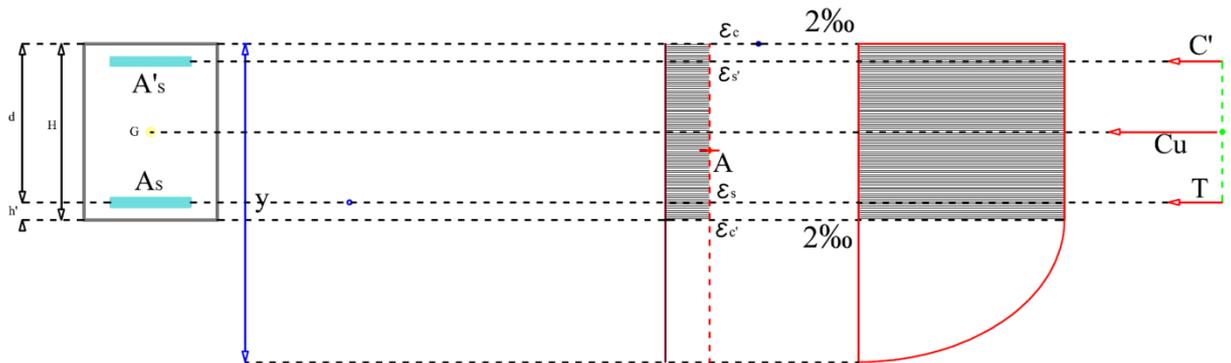
$$0,416 \leq \beta_2 \leq 0,5$$

Quando il legame sarà solo rettangolare i coefficiente varranno:

$$\beta_1 = 1$$

$$\beta_2 = 0,5$$

Si osservi la figura (Fig. 1.13)



(Fig. 1.13) Campo di rottura 5 allo stadio finale

Per definire il coefficiente  $\beta_1$  per ogni posizione si deve procedere valutando l'area del legame costitutivo a parabola rettangolo; in particolare si deve sottrarre al legame tutto sviluppato la porzione di parabola che esce fuori dagli estremi della sezione ed aggiungere una porzione di rettangolo.

Così facendo si descriverà il diagramma delle tensioni parziale che si va via via formando.

#### CALCOLO DEL COEFFICIENTE $\beta_1$

$$A(\varepsilon_{cu})_{p+r} - A(\bar{\varepsilon}_c)_p + A(\bar{\varepsilon}_c)_r$$

$\bar{\varepsilon}_c$  varia nell'intervallo [ 0 ; 2 ]

$$A(\bar{\varepsilon}_c)_p = \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \bar{\varepsilon}_c^2 - \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}^2} \cdot \frac{\bar{\varepsilon}_c^3}{3}$$

$$A(\bar{\varepsilon}_c)_r = [f_{cd} \cdot (\bar{\varepsilon}_c - \varepsilon_{c2})]$$

$$A(\varepsilon_{cu})_{p+r} = \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \varepsilon_{c2}^2 - \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}^2} \cdot \frac{\varepsilon_{c2}^3}{3} + [f_{cd} \cdot (\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2})]$$

Il coefficiente di riempimento si ottiene eseguendo il rapporto punto per punto:

$$\beta_1 = \frac{A(\varepsilon_{cu})_{p+r} - A(\bar{\varepsilon}_c)_p + A(\bar{\varepsilon}_c)_r}{f_{cd} \cdot \varepsilon_{cu}}$$

Dove  $\varepsilon_{cu} = 3,5\%$  preso positivo

$$0,810 \leq \beta_1 \leq 1$$

CALCOLO DEL COEFFICIENTE  $\beta_2$

$$S_y(\varepsilon_{cu})_{p+r} - S_y(\bar{\varepsilon}_c)_p + S_y(\bar{\varepsilon}_c)_r$$

$$S_y(\bar{\varepsilon}_c)_p = 2 \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \frac{\bar{\varepsilon}_c^3}{3} - \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}^2} \cdot \frac{\bar{\varepsilon}_c^4}{4}$$

$$S_y(\bar{\varepsilon}_c)_r = f_{cd} \cdot (\bar{\varepsilon}_c^2 - \varepsilon_{c2}^2)$$

$$S_y(\varepsilon_{cu})_{p+r} = 2 \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}} \cdot \frac{\varepsilon_{c2}^3}{3} - \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c2}^2} \cdot \frac{\varepsilon_{c2}^4}{4} + \frac{f_{cd}}{2} \cdot (\varepsilon_{cu}^2 - \varepsilon_{c2}^2)$$

$\bar{\varepsilon}_c$  varia nell'intervallo [ 0 ; 2 ]

La coordinata del baricentro si ottiene dal rapporto:

$$G_x = \frac{S_y(\varepsilon_{cu})_{p+r} - S_y(\bar{\varepsilon}_c)_p + S_y(\bar{\varepsilon}_c)_r}{A(\varepsilon_{cu})_{p+r} - A(\bar{\varepsilon}_c)_p + A(\bar{\varepsilon}_c)_r}$$

Effettuando la proporzione

$$G_x : G_{xt} = \bar{\varepsilon}_c : y$$

$$G_{xt} = \frac{G_x \cdot y}{\bar{\varepsilon}_c}$$

Per rendere il rapporto adimensionale si scrive:

$$\frac{G_{xt}}{y} = \frac{G_x}{\bar{\varepsilon}_c}$$

Infine il coefficiente si ottiene riferendosi alla coordinata zero dell'asse neutro:

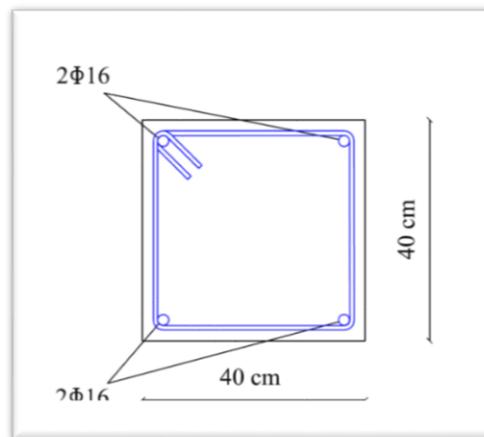
$$\beta_2 = 1 - \frac{G_{xt}}{y} = 1 - \frac{G_x}{\bar{\varepsilon}_c}$$

$$0,416 \leq \beta_2 \leq 0,5$$

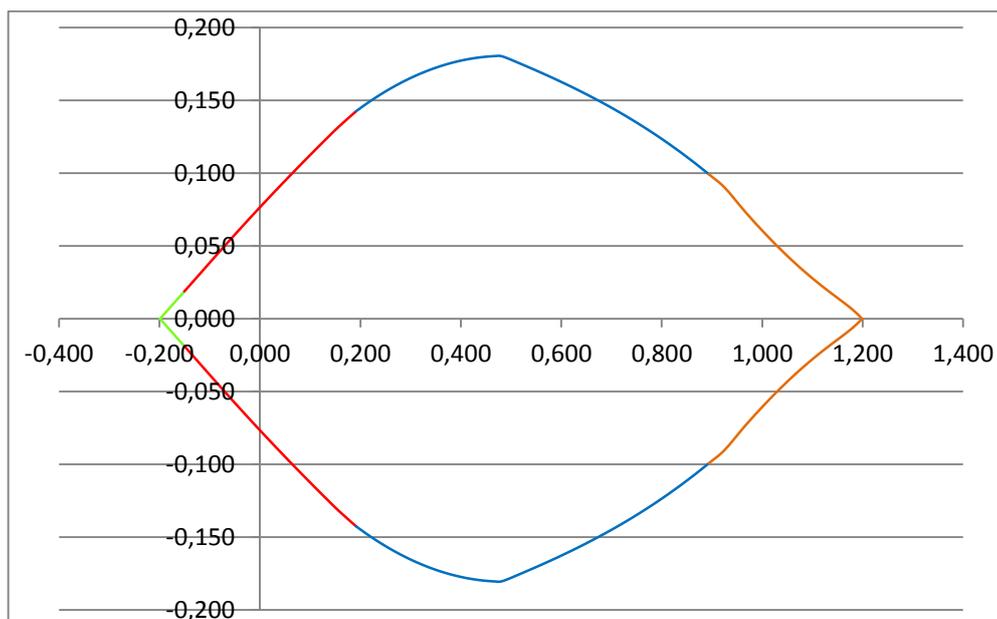
2 DOMINI DI INTERAZIONE: relativi a due sezioni esistenti.

Gli elementi strutturali che si intendono analizzare, sono caratterizzati da un calcestruzzo con resistenza media  $f_{cm}$  pari a 15 [MPa]. Tutta l'analisi verrà condotta dividendo tale valore di resistenza per un fattore, detto appunto fattore di confidenza, FC, pari a 1,35.

ANALISI DELLA SEZIONE 1



Visualizzazione del dominio di interazione adimensionalizzato relativo alla sezione quadrata (Fig. 2.1).



(Fig. 2.1) Dominio di interazione adimensionalizzato della sezione quadrata.

In ascisse è riportato lo sforzo normale adimensionalizzato,  $\nu$ , mentre in ordinate vi è il momento flettente adimensionalizzato,  $\mu$ .

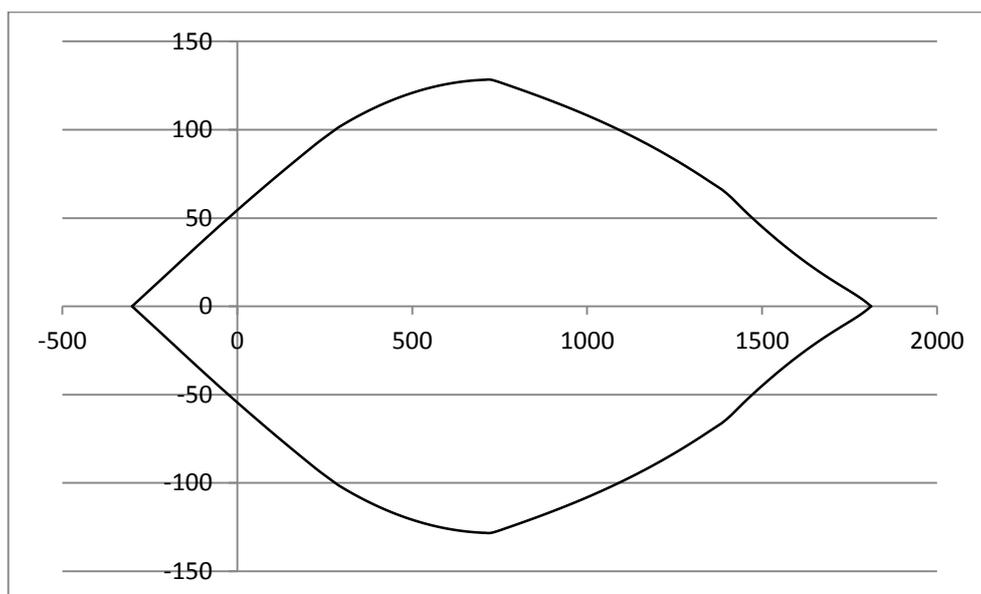
I tratti colorati identificano i vari campi di rottura che caratterizzano la sezione:

- Campo 1: verde;
- Campo 2: rosso;
- Campo 3,4,4a : blu;
- Campo 5: arancio.

Convenzionalmente gli sforzi di trazione sul diagramma sono negativi, questo giustifica il fatto che la quasi totalità di esso è situato sul primo e quarto quadrante.

Siccome l'armatura è simmetrica è stato sufficiente ribaltare il diagramma attorno all'asse x per ottenere la porzione inferiore, riuscendo così ad ottenere una frontiera chiusa luogo dei punti ammissibili per la sezione in esame.

Per rendersi conto maggiormente delle sollecitazioni in gioco è più opportuno valutare un diagramma che non si riferisca alle grandezze adimensionalizzate, in cui in ascisse vi sia la forza normale resistente  $N_{Rd}$  [kN], ed in ordinate il momento flettente resistente  $M_{Rd}$  [kNm] (Fig. 2.2).

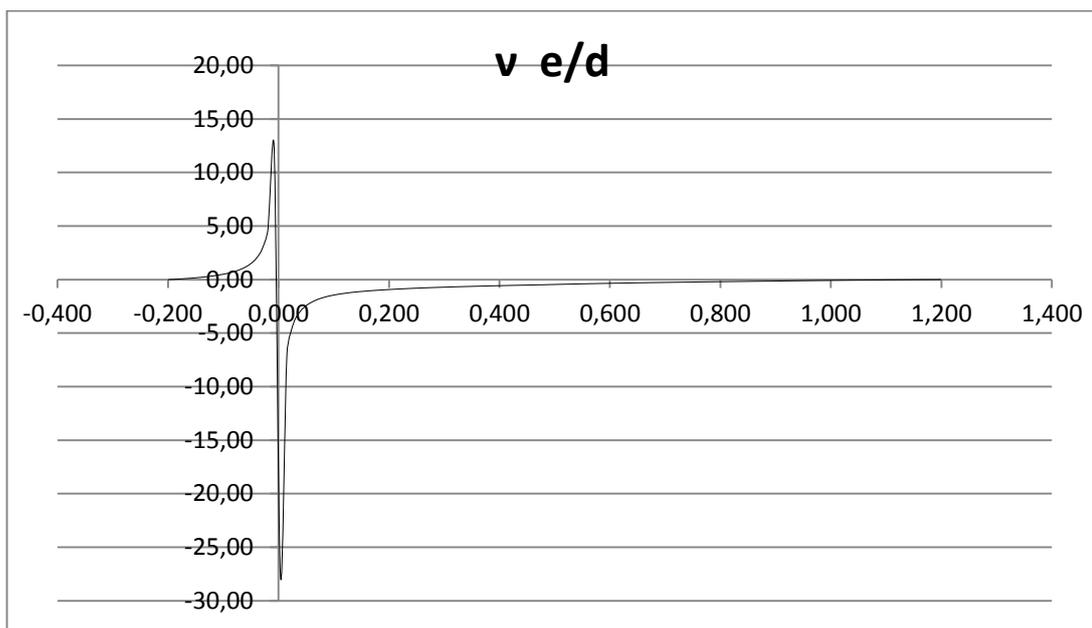


(Fig. 2.2) Dominio di interazione della sezione quadrata.

Inoltre è stato diagrammato l'andamento del rapporto  $\frac{e}{d}$ , (eccentricità diviso altezza utile della sezione) in funzione dello sforzo normale adimensionalizzato,  $v$ .

Da questa si evince che man mano che la forza normale aumenta, l'eccentricità diminuisce, annullandosi quando lo sforzo è massimo.

Sull'origine degli assi vi è un asintoto verticale in cui l'eccentricità tende a valore infinito, questo evidenzia la condizione in cui la sezione è sollecitata a flessione semplice (Fig. 2.3).



(Fig. 2.3) andamento dell'eccentricità in funzione dello sforzo normale.

Inoltre è interessante valutare il confronto tra il dominio calcolato in modo rigoroso, appena visto ed il dominio di interazione calcolato in modo semplificato.

Il dominio semplificato si ricava utilizzando il legame costitutivo rigido-plastico, detto "stress block", calcolando l'equilibrio alla traslazione e l'equilibrio alla rotazione in cinque situazioni di particolare interesse:

- Trazione centrata

$$N_{Rd} = 2 A_s f_{yd} ; M_{Rd} = 0$$

- Flessione semplice

$$N_{Rd} = 0 ; M_{Rd} = 2 A_s f_{yd}(H - 2h')$$

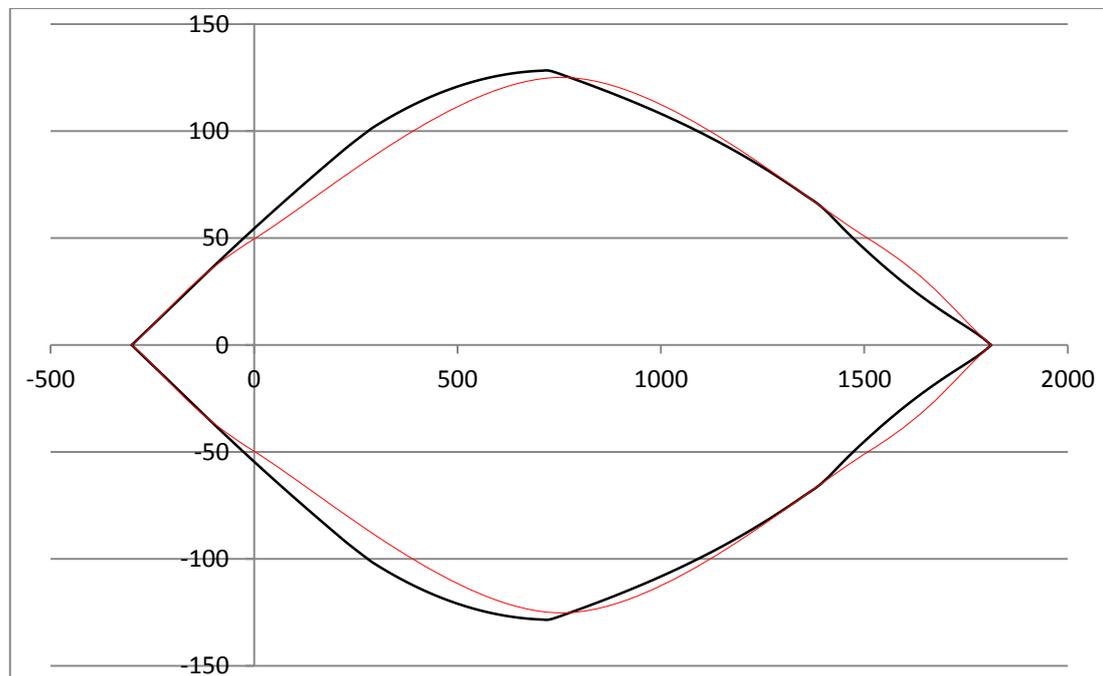
- o Massimo momento flettente

$$N_{Rd} = \frac{1}{2} b H f_{cd} ; M_{Rd} = 2 A_s f_{yd} (H - 2h') + \frac{1}{2} b H f_{cd} \cdot \frac{H}{4}$$

- o Flessione semplice

$$N_{Rd} = b H f_{cd} ; M_{Rd} = 2 A_s f_{yd} (H - 2h')$$

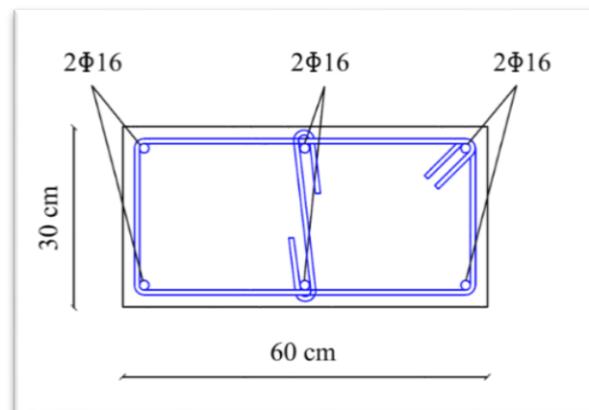
Si osserva in figura (Fig. 2.4)



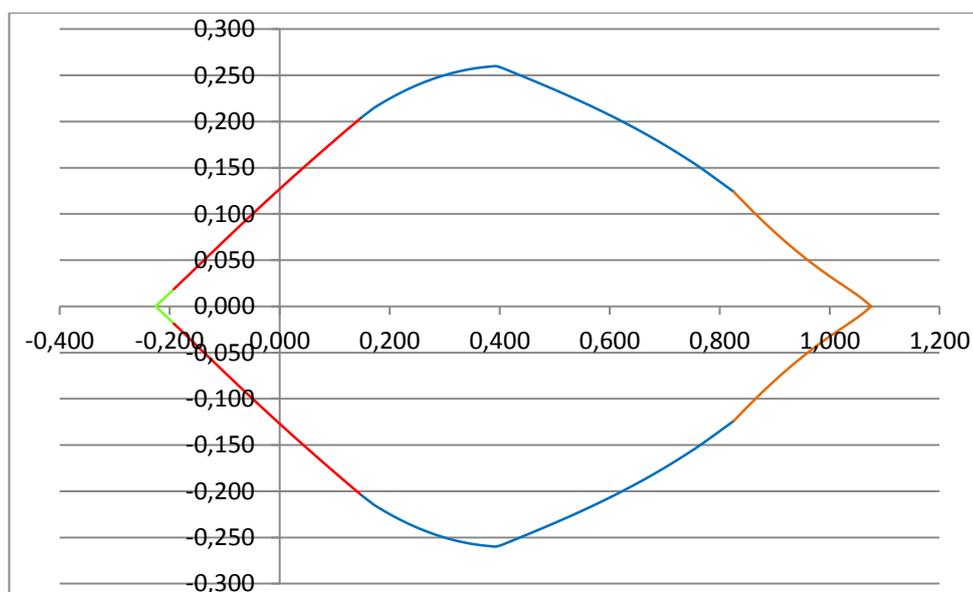
(Fig. 2.4) dominio di interazione rigoroso in nero e dominio di interazione semplificato in rosso.

Si osserva che la curva limite calcolata in modo semplificato lavora a vantaggio di sicurezza ed approssima in modo eccellente il reale andamento del dominio di interazione, per cui è uno strumento veloce ed efficace per valutare le sezioni pressoinflesse.

## ANALISI DELLA SEZIONE 2



Visualizzazione del dominio di interazione adimensionalizzato relativo alla sezione rettangolare (Fig. 2.5).



(Fig. 2.5) Dominio di interazione adimensionalizzato della sezione rettangolare.

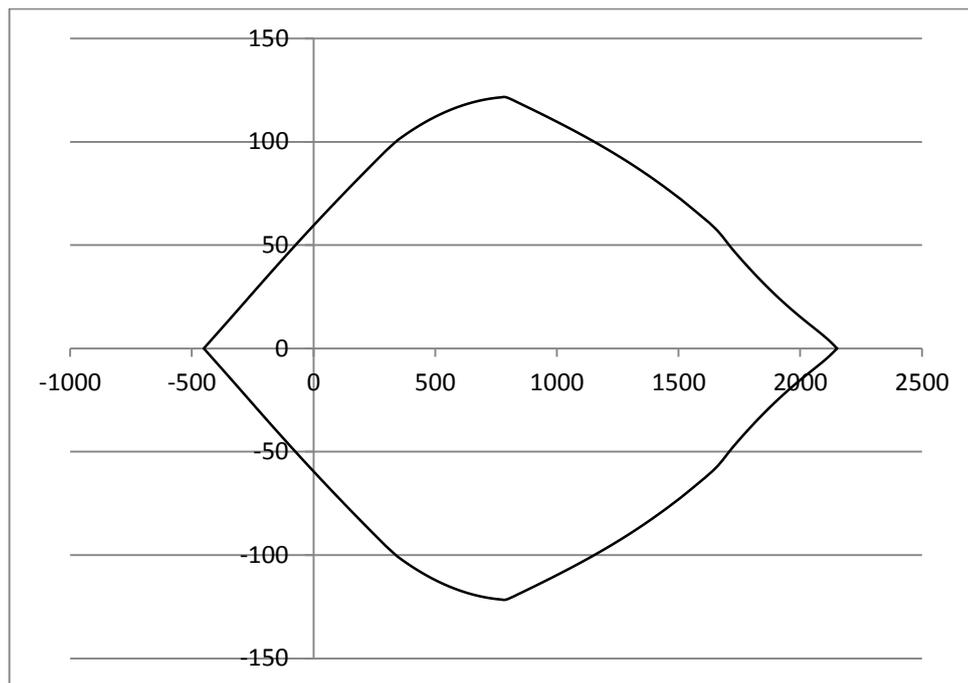
In ascisse è riportato lo sforzo normale adimensionalizzato,  $\nu$ , mentre in ordinate vi è il momento flettente adimensionalizzato,  $\mu$ .

I tratti colorati identificano i vari campi di rottura che caratterizzano la sezione:

- Campo 1: verde;
- Campo 2: rosso;
- Campo 3,4,4a : blu;
- Campo 5: arancio.

Convenzionalmente gli sforzi di trazione sul diagramma sono negativi, questo giustifica il fatto che la quasi totalità di esso è situato sul primo e quarto quadrante.

Come nel caso precedente per meglio inquadrare le sollecitazioni in gioco è più opportuno valutare un diagramma che non si riferisca alle grandezze adimensionalizzate, in cui in ascisse vi sia la forza normale resistente  $N_{Rd}$  [kN], ed in ordinate il momento flettente resistente  $M_{Rd}$  [kNm] (Fig.2.6).

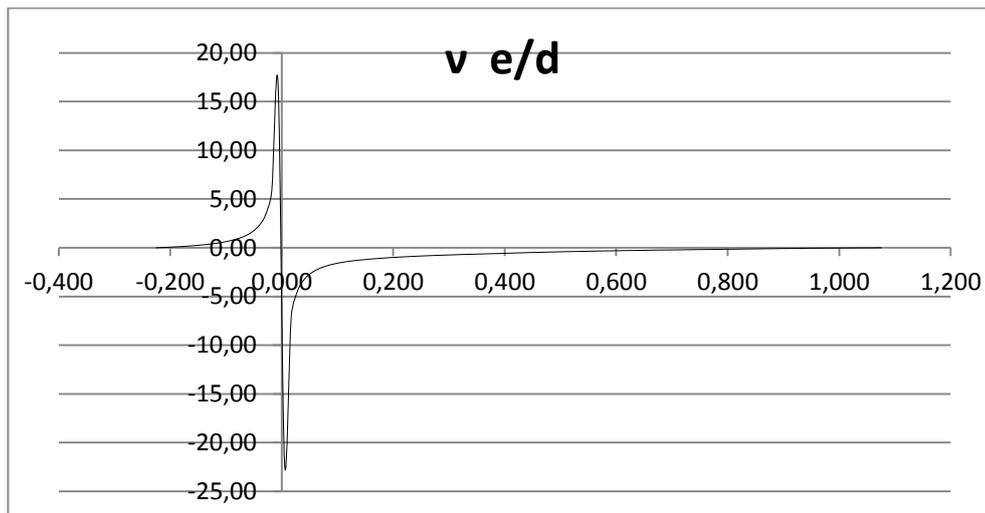


(Fig. 2.6) Dominio di interazione della sezione rettangolare.

Valutando il presente diagramma risulta immediato osservare quanto questo tipo di elemento strutturale sia più resistente dell'altro analizzato in precedenza. Tale risultato ovviamente dipende dalla sezione del pilastro e dal quantitativo di acciaio di armatura. Quindi questo non prescinde dal fatto che la struttura debba essere rinforzata, in quanto non soddisfi più i requisiti normativi richiesti dalle nuove NTC del 2008.

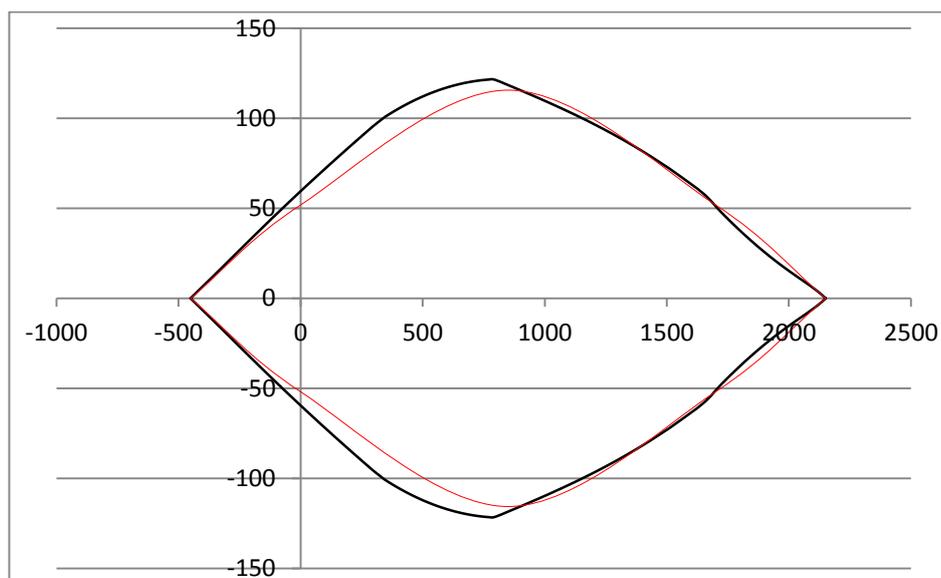
Si valuti allo stesso modo l'andamento del rapporto  $\frac{e}{d}$ , (eccentricità diviso altezza utile della sezione) in funzione dello sforzo normale adimensionalizzato,  $\nu$ .

Da questa, come visto nel caso precedente, si evince che man mano che la forza normale aumenta, l'eccentricità diminuisce, annullandosi quando lo sforzo è massimo (Fig.2.7).



(Fig. 2.7) andamento dell'eccentricità in funzione dello sforzo normale.

Inoltre si valuti il paragone tra il dominio calcolato in modo rigoroso, appena visto ed il dominio di interazione calcolato in modo semplificato (Fig. 2.8).



(Fig. 2.8) dominio di interazione rigoroso in nero e dominio di interazione semplificato in rosso.